

## ALCUNE NOTE SULLA MODELLAZIONE FEM DELLE PLATEE DI FONDAZIONE IN C.A.

Paolo Varagnolo – Giorgio Pilloni

Ingegneri liberi professionisti – Padova

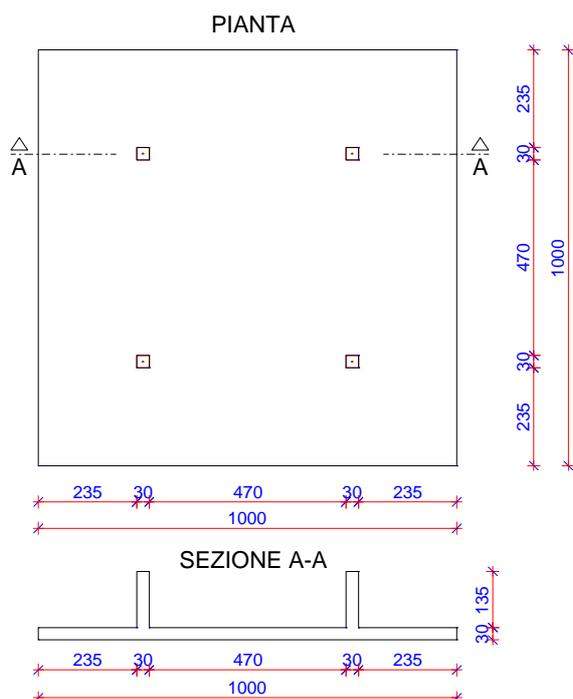
luglio 2010

Nella progettazione esecutiva di strutture in cemento armato è ormai consolidato l'utilizzo di programmi di calcolo automatico basati sul metodo degli elementi finiti (FEM); in pratica si tratta di una scelta quasi obbligata, in ragione delle prescrizioni della nuova normativa (D.M. 14/01/2008). Tali programmi sono un valido ausilio nella gestione della progettazione strutturale, ferma restando la necessità di essere in grado di gestire correttamente la modellazione e di sapere interpretare correttamente e criticamente i risultati che essi forniscono, per evitare di incorrere in grossolani errori.

Capita frequentemente di analizzare un telaio di travi e pilastri, con fondazioni a platea. Le travi ed i pilastri vengono normalmente modellati con elementi monodimensionali di tipo *beam*, mentre per la platea di fondazione si utilizzano elementi bidimensionali di tipo *plate* (piastra inflessa). Gli elementi plate sono di solito considerati appoggiati su un letto di molle alla Winkler.

I programmi di calcolo commerciali consentono normalmente di discretizzare automaticamente la struttura, imponendo che il nodo inferiore dei pilastri (monodimensionali) coincida con un nodo della platea. Con questo tipo di modellazione si ottengono però dei valori molto elevati dei momenti flettenti sotto ai pilastri, per effetto della concentrazione dei carichi (oltre al fatto che non si tiene conto della rigidità dei pilastri).

Vengono di seguito presentati e discussi i risultati ottenuti con diverse modellazioni, con riferimento



alla semplice struttura riportata nell'immagine a fianco. Alcune di queste modellazioni non sono utilizzabili nella pratica comune del calcolo strutturale (per praticità e tempistica), ma sono state scelte per evidenziare le notevoli differenze che si possono ottenere con diverse modellazioni FEM; in particolare, nel seguito, si concentra l'attenzione sul momento flettente positivo sulla platea, in corrispondenza dei pilastri. Il momento negativo, nelle zone fra i pilastri, risulta in pratica indipendente dal tipo di modellazione e non viene considerato.

I dati del prolema sono i seguenti: la platea in c.a. ha uno spessore di 0.3 m; i 4 pilastri in c.a. hanno sezione quadrata di lato pari a 0.3 m;

sulla sommità dei pilastri agisce un carico verticale di 50000 daN rivolto verso il basso; la platea poggia su un letto di molle caratterizzate da un coefficiente di sottofondo  $k_w = 3 \text{ daN/cm}^3$ . In tutte le analisi affrontate è sempre stata utilizzata una legge costitutiva elastica lineare per i materiali.

**Modellazione con elementi in stato piano di tensione**

Una prima modellazione di confronto è stata eseguita considerando uno stato piano di tensione: la sezione trasversale della platea e dei pilastri è modellata con elementi bidimensionali caricati nel proprio piano; i carichi sono applicati sulla testa dei pilastri.

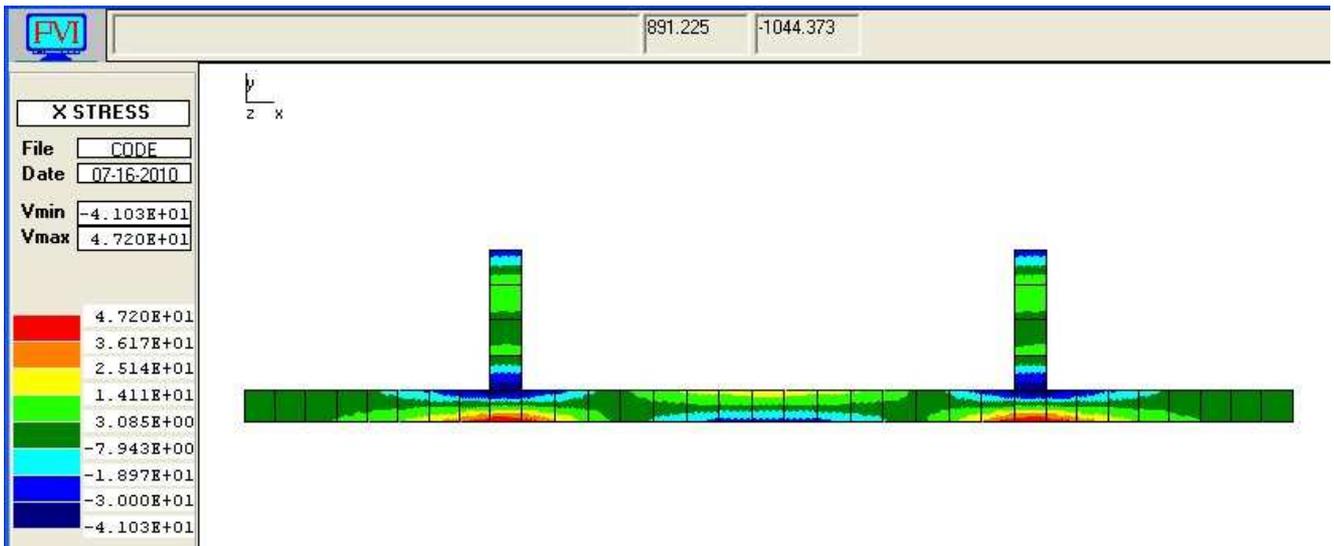


Fig.1

Nella figura 1 sono riportati i contours delle tensioni orizzontali  $\sigma_x$ . Gli elementi del modello sono isoparametrici a 8 nodi e 4 punti Gauss, di lato pari a 0.3 m e spessore  $B=2.5 \text{ cm}$  per la fondazione e  $B=0.3 \text{ m}$  per i pilastri. Sotto gli elementi della fondazione sono state definite delle molle ricavate dal coefficiente di Winkler  $k_w=3 \text{ daN/cm}^3$ . Il momento flettente può essere calcolato considerando la componente flessionale del diagramma delle tensioni  $\sigma_x$ , con valori pari a  $\pm 44.1 \text{ daN/cm}^2$ . La

risultante S vale:

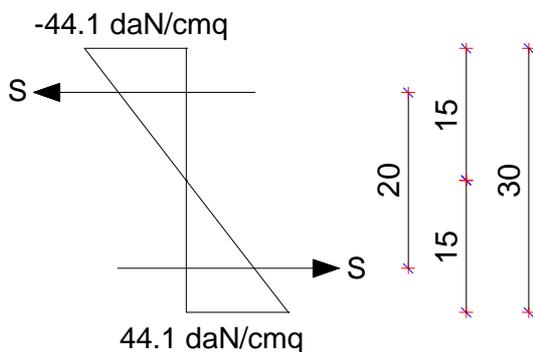
$$S = 44.10 \times 15/2 = 330.75 \text{ daN/cm}$$

Essendo il braccio delle forze interne pari a  $b = 20 \text{ cm}$ , ne risulta che il momento flettente nella sezione considerata è pari a

$$M = 330.75 \times 20 = 6615 \text{ daN*m/m.}$$

Con questa modellazione si considera una rigidità trasversale infinita, e si dovrebbe disporre quindi l'armatura in modo uniforme

sull'intera larghezza considerata ( $B = 2.50 \text{ m}$ ).



### **Modellazione con elementi trave su suolo elastico**

In questa modellazione si è considerata la sezione trasversale della platea come trave su suolo elastico: con un comune codice FEM viene modellata la platea con un elemento beam di larghezza 2.5 m e si trascura la modellazione del pilastro. Il momento ottenuto (figura 2) risulta pari a circa 21000 daN\*m, corrispondenti a 8423 daN\*m/m.

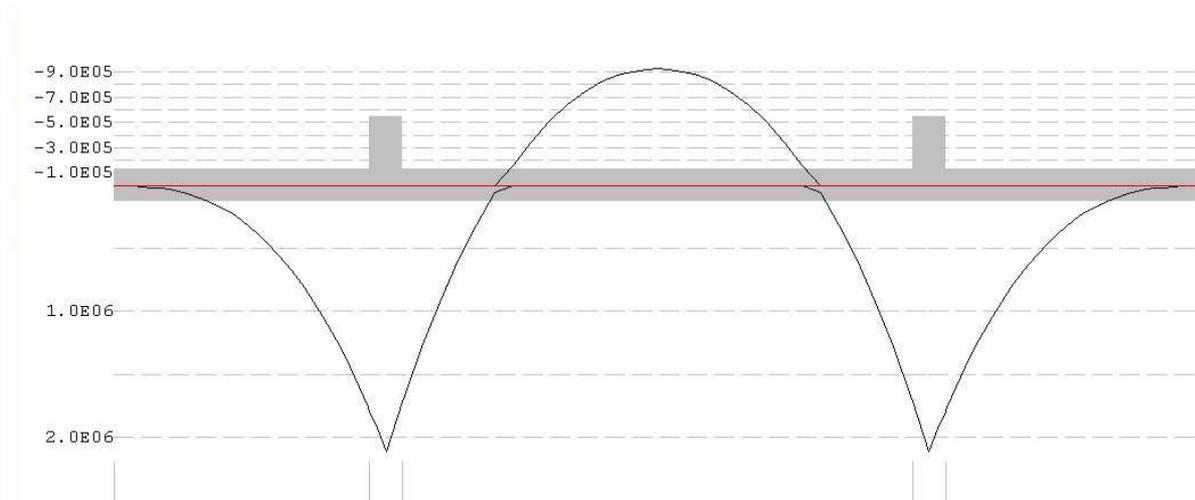


Fig.2

Anche con questa modellazione vale quanto detto a proposito dello stato piano di tensione sulla rigidezza trasversale e sulla disposizione delle eventuali armature.

### **Modellazione con piastre bidimensionali**

Questa modellazione differisce da quelle utilizzate normalmente con i programmi FEM dedicati all'ingegneria civile, per il fatto che i pilastri non sono discretizzati con elementi beam monodimensionali, ma con elementi plate di spessore pari a 1.5 m.

Si considera nel seguito il momento in una sola direzione poiché la struttura è simmetrica.

Utilizzando elementi plate isoparametrici a 8 nodi e 4 punti Gauss, si è realizzata una mesh con elementi di dimensioni 30 x 30 cm sotto ai pilastri. Lo spessore degli elementi è pari a 30 cm per la platea e a 150 cm in corrispondenza dei pilastri. I risultati sono rappresentati nella seguente figura 3; il massimo momento flettente nelle sezioni a filo dei pilastri, dove vanno eseguite le verifiche a flessione della platea, risulta pari a circa 11000 daN\*m/m.

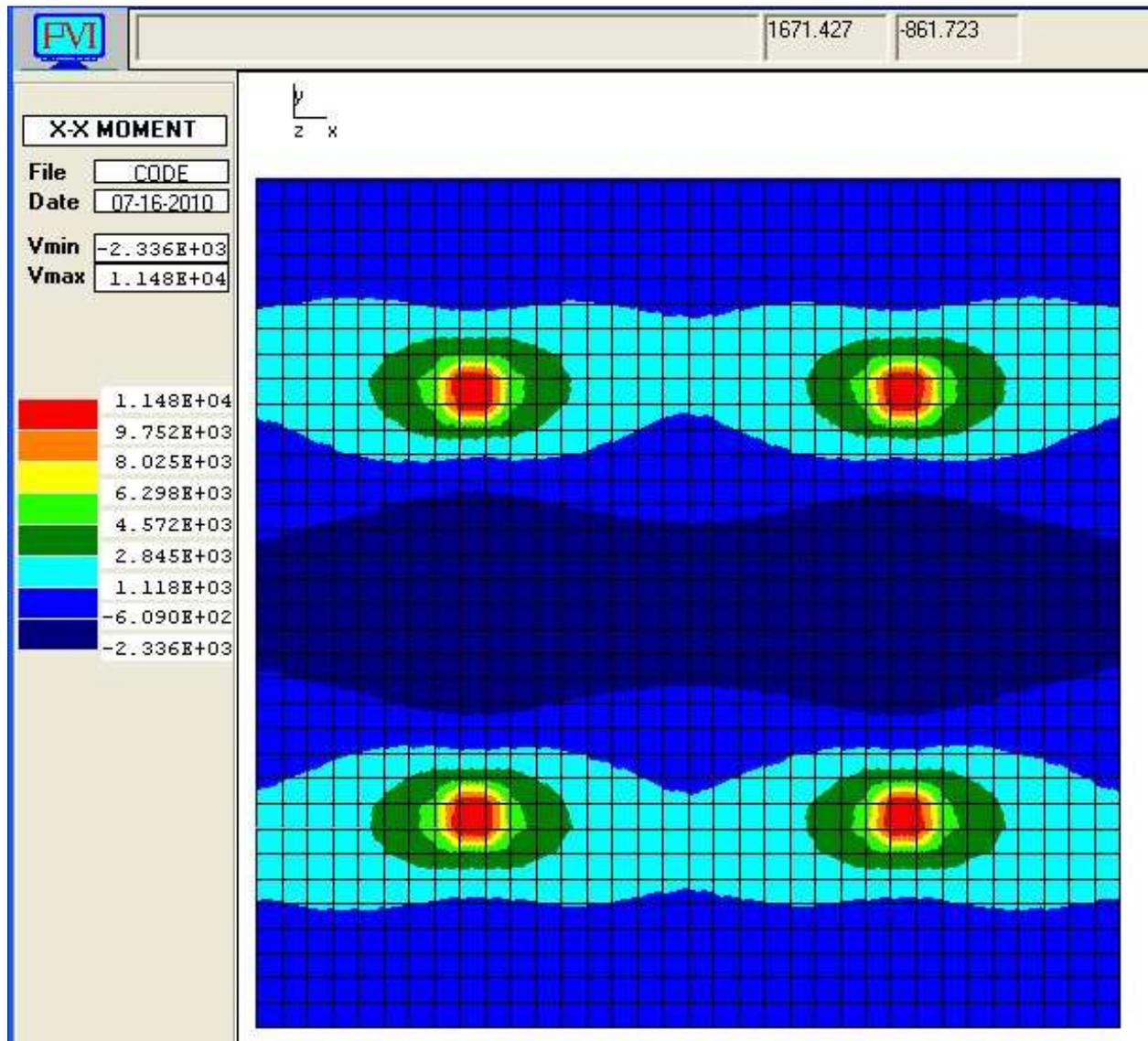


Fig.3

Utilizzando lo stesso codice ed infittendo ulteriormente la mesh nella zona del pilastro (figura 4), si ottiene un risultato più particolareggiato. Nelle sezioni a filo dei pilastri, il valore del momento flettente è pari a circa 12000 daN\*m/m.

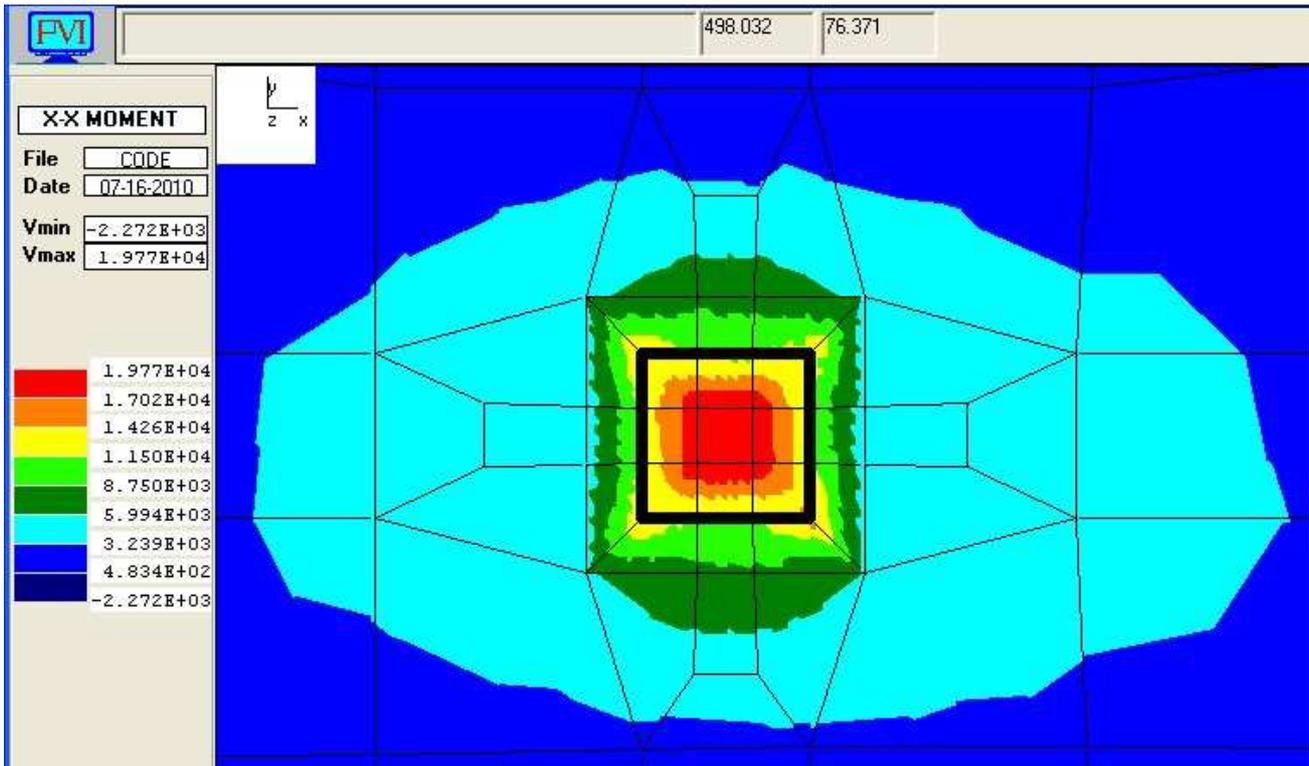


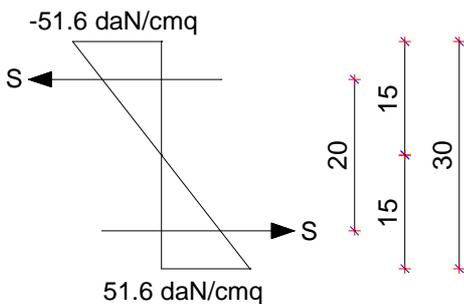
Fig.4

### **Modellazione 3D con elementi brick**

E' la modellazione più raffinata fra quelle utilizzate per questo lavoro. Con lo stesso software usato nel caso precedente, è stata creata una mesh in tre dimensioni, con elementi tipo *brick* a 20 nodi e 27 punti Gauss. I carichi sono stati applicati sulla testa dei pilastri, come carichi distribuiti sulla faccia superiore dell'elemento sommitale. Nella seguente figura 5 è riportato l'aspetto del modello tridimensionale con la mappatura delle tensioni orizzontali  $\sigma_x$ . Nella figura 6 lo stesso risultato è riportato in sezione, per una migliore lettura delle bande di colore (altrimenti invisibili al lato inferiore).

In analogia con quanto visto per il caso bidimensionale, il momento flettente può essere calcolato considerando la componente flessionale del diagramma delle tensioni  $\sigma_x$ , con valori pari a  $\pm 51.6$  daN/cm<sup>2</sup>. La risultante S vale:

$$S = 51.6 \times 15/2 = 387 \text{ daN/cm}$$



Essendo il braccio delle forze interne pari a  $b = 20$  cm, ne risulta che il momento flettente nella sezione considerata è pari a

$$M = 387 \times 20 = 7740 \text{ daN*m/m.}$$

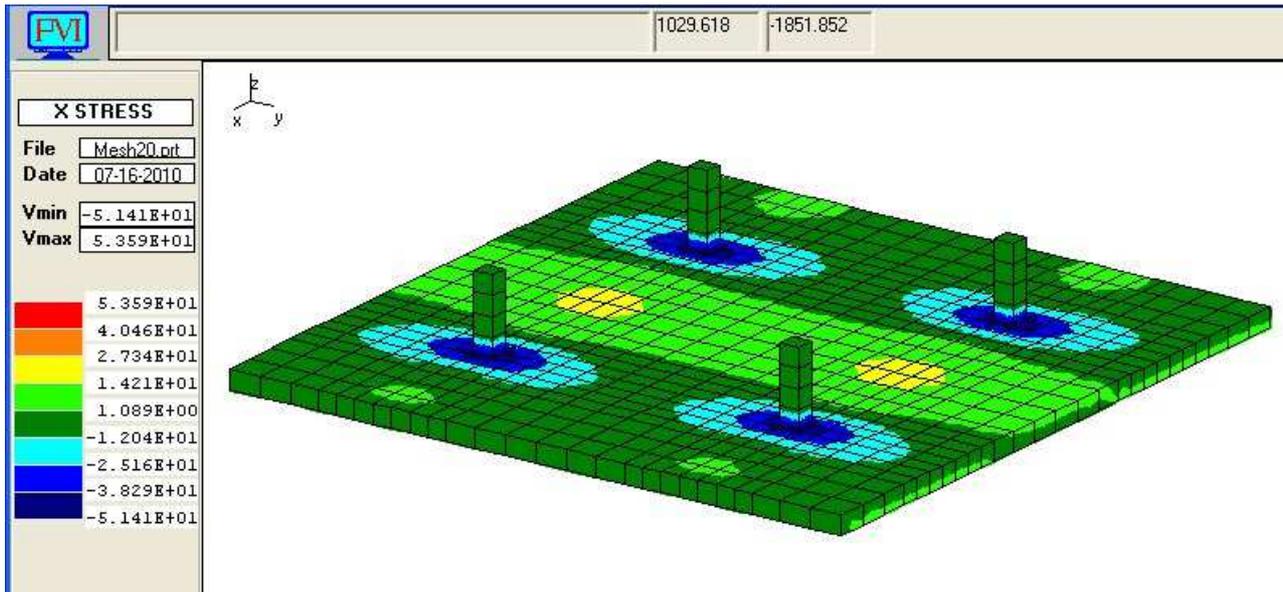


Fig.5

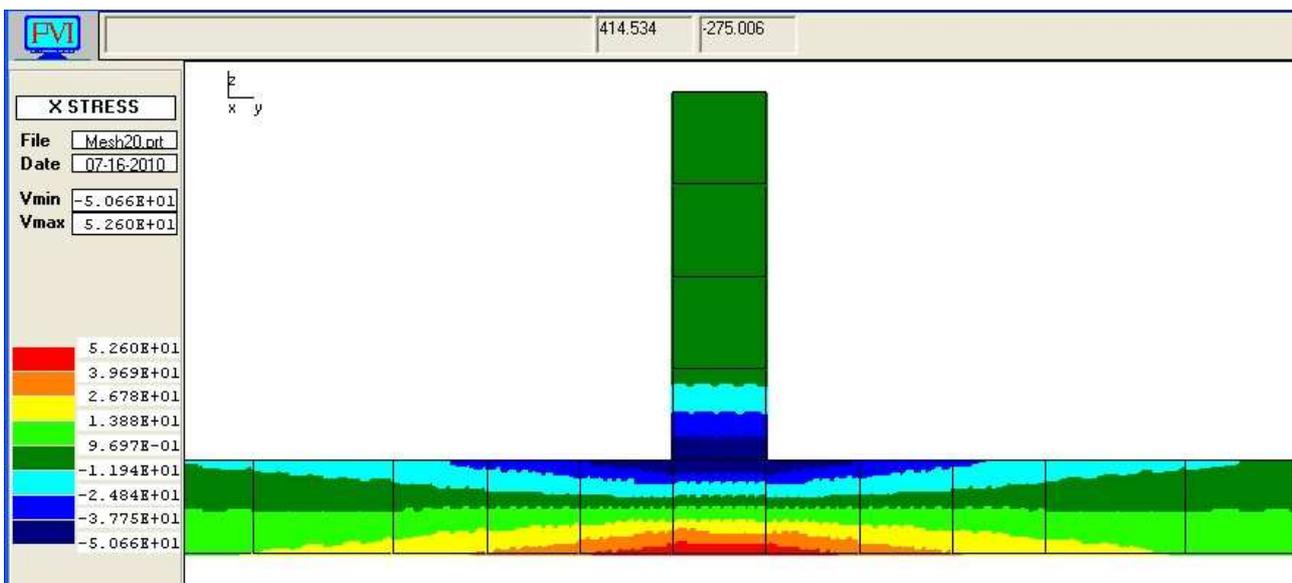


Fig.6

**Modellazione bidimensionale con codice di calcolo commerciale**

Questa è la modellazione che si utilizza normalmente con i programmi FEM dedicati all'ingegneria civile

Nei quattro casi seguenti è stato utilizzato un software commerciale ad elementi finiti, con diverse discretizzazioni. La platea è stata modellata con elementi shell (con comportamento a lastra e a piastra) a 4 nodi e 9 punti gauss, mentre le travi sono state modellate con elementi beam.

CASO 1 – è la situazione meno frequente, poiché prevede una mesh costruita attorno ai pilastri (un elemento in corrispondenza del contorno del pilastro, come nel caso della figura 3); con il programma utilizzato, la beam del pilastro viene collegata con le piastre tramite un legame

cinematico master-slave. Ne risulta (figura 7) un momento massimo di 38219 daN\*m/m, valore molto elevato rispetto a tutte le modellazioni considerate nel presente lavoro.

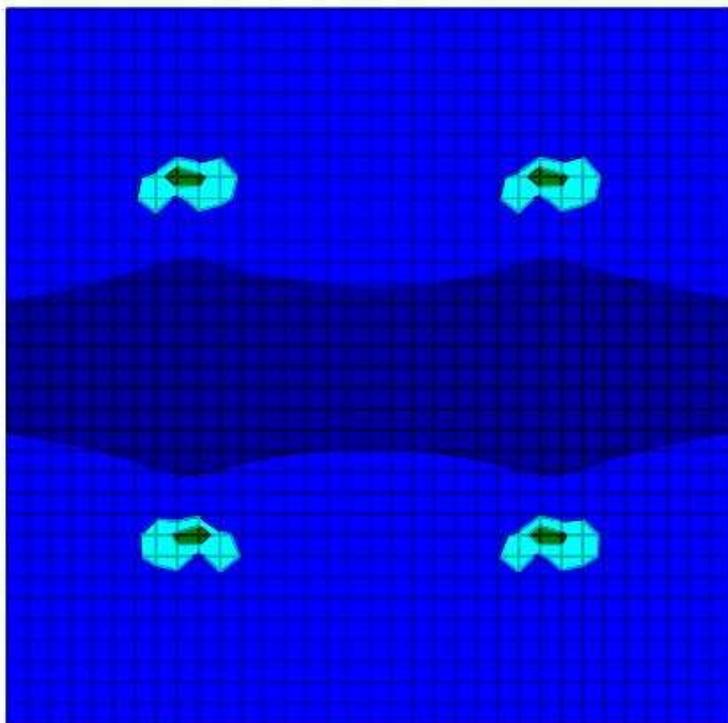


Fig.7

CASO 2 – mesh di default: il programma impone la presenza di un nodo in corrispondenza del pilastro (figura 8). Dimensione massima imposta agli elementi shell: 30 cm. Risulta un momento massimo di 17598 daN\*m/m.

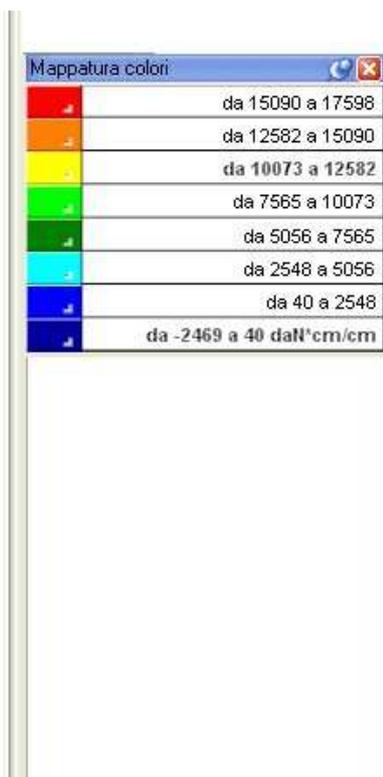
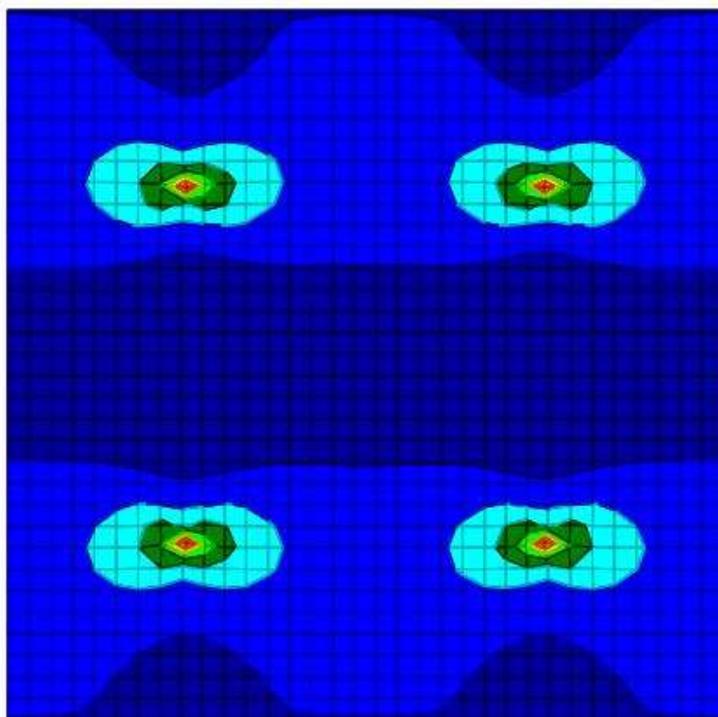


Fig.8

CASO 3 – mesh di default: il solutore FEM impone la presenza di un nodo in corrispondenza del pilastro (figura 9). Dimensione massima imposta agli elementi plate: 50 cm. Risulta un momento massimo di 13814 daN\*m/m.

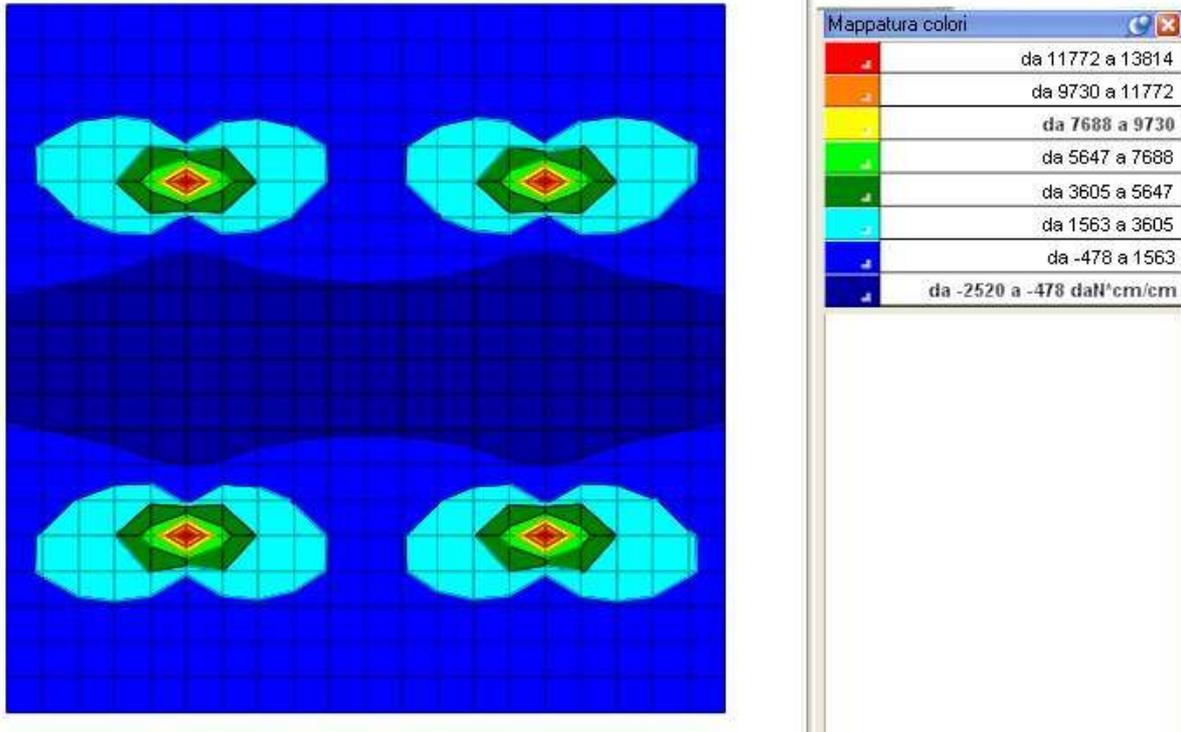


Fig.9

CASO 4 – mesh di default: il solutore FEM impone la presenza di un nodo in corrispondenza del pilastro (figura 10). Dimensione massima imposta agli elementi plate: 100 cm. Risulta un momento massimo di 13340 daN\*m/m.

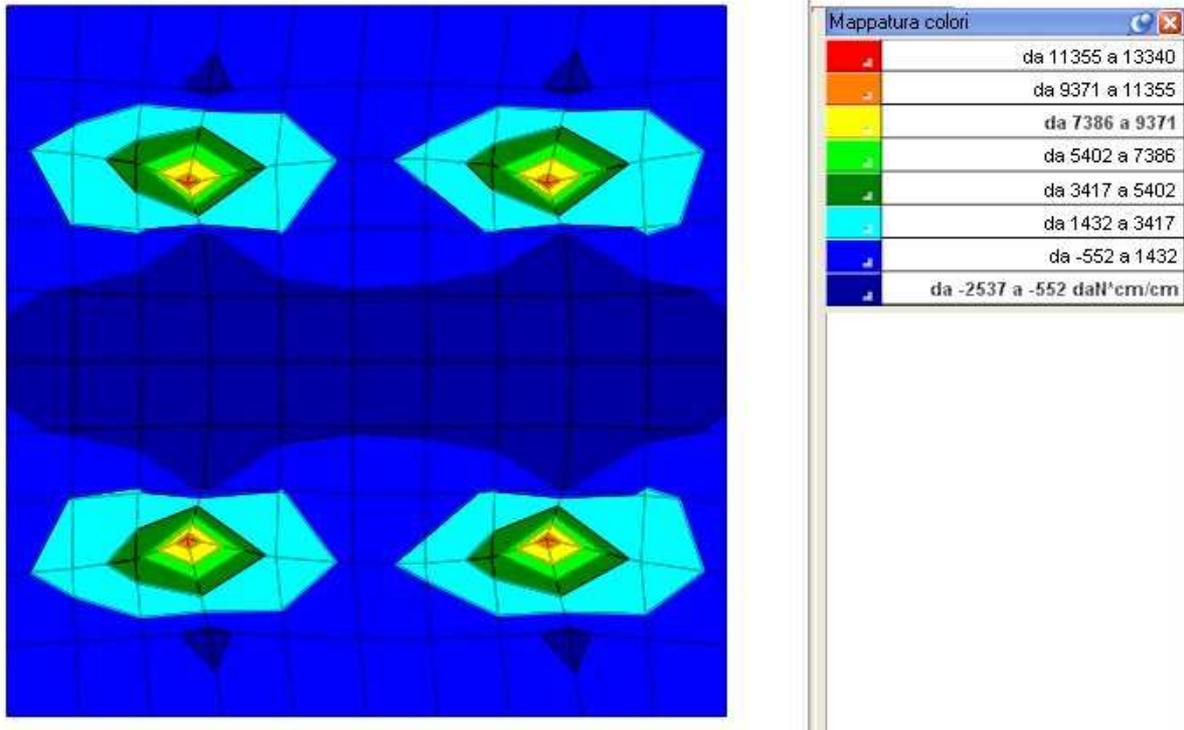


Fig.10

**Osservazioni sui risultati**

Nella tabella seguente sono riportati in sintesi i risultati ottenuti con le diverse modellazioni descritte.

Modello	Discretizzazione	Momento di calcolo da modello FEM [daN*m/m]	Momento di progetto armature [daN*m/m]
Plane stress (B=250)	≈ 30x30 cm	6615	/
Beam (sez. 250x30)	≈ 30 cm	8423	/
Plate (spessore 30)	≈ 30x30 sp.30 cm+150 cm pilastri	11000	/
Plate (spessore 30)	Più fitta nelle zone dei pilastri	12000	/
Brick 20 nodi	≈ 30x30x30 cm	7740	/
Shell + beam (caso 1)	≈ 30x30 cm	38219	10896
Shell + beam (caso 2)	≈ 30x30 cm	17598	11126
Shell + beam (caso 3)	≈ 50x50 cm	13814	10577
Shell + beam (caso 4)	≈ 100x100 cm	13340	10212

Nell'ultima colonna sono riportati i momenti di verifica utilizzati dal programma commerciale. Si tratta delle medie degli integrali del momento flettente su una determinata larghezza della platea. Spetta all'utente la definizione della larghezza su cui considerare la media e la scelta del tipo di

media da effettuare. I valori riportati nella tabella sono stati ottenuti con i valori di default proposti dal programma. In particolare la larghezza considerata è pari a 100 cm.

In assenza di un conforto di tipo sperimentale, si può pensare che il risultato più aderente alla realtà sia quello ottenuto con il modello 3-D, con un momento pari a 7740 daNm/m.

La modellazione in stato piano di tensione sembra sottostimare il valore del momento, mentre tutti gli altri modelli conducono a valori a favore della sicurezza.

Il modello piano della trave su suolo elastico, classicamente utilizzato prima della diffusione dei codici di calcolo 3-D, fornisce un valore molto simile a quello ottenuto con gli elementi brick. Si deve però tenere presente che questo valore va considerato costante sulla larghezza di 250 cm considerata nel calcolo, mentre con gli elementi plate, shell e brick il momento diminuisce molto rapidamente allontanandosi dai pilastri.

I valori ottenuti con gli elementi plate sono paragonabili a quelli di verifica del codice commerciale, ma si tratta di valori massimi a filo dei pilastri, ragionevolmente passibili di riduzioni considerandone l'integrale su una certa larghezza.

I momenti ottenuti con il codice commerciale sono molto elevati e si avvicinano a valori "accettabili" solo aumentando le dimensioni degli elementi, in contrasto con il corretto approccio del metodo FEM che impone discretizzazioni più fitte nelle zone ove ci si aspettano forti gradienti di tensione.

I valori considerati da questo codice nelle verifiche risultano però quasi indipendenti dalle dimensioni degli elementi.

Concludendo si può affermare che i normali metodi di progettazione delle platee conducono a dimensionamenti a favore della sicurezza. Non si deve d'altra parte sottovalutare che diverse modellazioni conducono ad un ventaglio di risultati piuttosto ampio e che è necessaria, da parte dei progettisti, la piena conoscenza dei programmi che utilizzano e delle teorie che in essi sono implementate<sup>2</sup>.

- 
- 1 I modelli in stato piano di tensione, con elementi plate e con elementi brick sono stati implementati nel codice WinFem sviluppato da Paolo Varagnolo.
  - 2 Nel presente lavoro non si è tenuto conto delle implicazioni normative relative al calcolo di una platea di fondazione, ed in particolare delle indicazioni della Normativa vigente (D.M. 14/01/2008) a riguardo della gerarchie delle resistenze, e della necessità di assumere, come momento di calcolo, il momento resistente del pilastro (aumentato di un coefficiente di sicurezza che dipende dalla classe di duttilità scelta), fermo restando che quest'ultimo non superi di un certo valore la sollecitazione agente. Non è stata inoltre considerata la verifica al punzonamento della platea.